Afhandling

om

Prøve-Regningen med Elleve-Tallet og sammes fordeelagtige Anvendelse paa de simple saavelsom de høiere mathematiske Ligningers specielle Opløsning

ved

Niels Morville.

§. 1.

Ved Prøve-Regningen forstaaer jeg den Maade, at ved Hielp af udfundne Prøve-Tal overtydes om sin Tal-Beregnings Rigtighed og Nøiagtighed. Prøve-Tal ere de Tal, som blive tilovers, efterat med Elleve-Tallet have divideret de Tal, hvis Beregnings Rigtighed skal prøves. Alle deslige Prøve-Tal kan altsaa ei være andre end enten 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. eller 10.

§. 2.

Prøve-Regningen med Ni-Tallet, (som skeer ved at summere alle Tal-Nummene, og efter Divisionen med ni bemærke Overskudet, som er Prøve-Tallet efter Ni-Tals Prøve-Regning) er almindelig bekiendt endog i de gamle Regnebøger; man har endog to danske Mænds Disputatser om Prøve-Regningen: G. Westerholts de methodo probandi operationes aritmeticas per novenarii abjectionem, som han holdte i Wittemberg Aar 1734. M. Hvistendals Observationes circa methodos operationes aritmeticas examinandi, udi en Disputats holden paa Regentsen Aar 1735. Men denne Prøve-Regning med Ni-Tallet er ei allene vidtløftig, men endog usikker; thi om Tallene ere af Uforsigtighed forsatte, f. Ex. 43 i Stedet for 34, 34, som let kan skee, bliver dog Prøve-Tallet ved Prøve-Regningen med Ni-Tallet eens, nemlig 7 i begge Tilfælde, heraf sees tydelig, at Prøve-Regningsmaaden med Ni-Tallet er ganske usikker og uefterrettelig.

Prøve-Regningen med Elleve-Tallet et først opfunden af C. von Clausberg, som har forklaret samme i sin demonstrative Regnekonst; men da hans Maade at udfinde Prøve-Tallene er vidtløftigere og besværligere, end behøves, og han desuden ei paa mathematisk Maade har beviist sin Methodes Rigtighed, den man paa en langt kortere og nemmere Maade kan bestemme, har jeg troet at denne Materies Afhandling kan have sin betydelig Nytte, hvorom jeg af egen Erfaring selv er overbeviist, da jeg ved denne Prøve-Regningsmaade er mange Gange bleven befriet for anden Gang at igientage de eengang udfærdigede vidtløftige Udregninger. Med stor Fordeel har jeg brugt Prøve-Regningen med Elleve-Tallet til at forvisses om Tal-Tabellers Rigtighed, og har derved med liden Besværlighed rettet adskillige Tabeller. Til at undersøge den store Multiplications-Tabel, som gaaer til 100 Gange 100, den jeg selv har beregnet, samt prøvet ved Prøve-Regning, til Qvadrat- og Kubik-Tavlerne har jeg især havt stor Nytte af Prøve-Regningen med Elleve-Tallet; endog Logaritme-Tavlernes Beregnings Rigtighed kan undersøges ved Hielp af Prøve-Regningen, der kan tiene til i den korteste Tid med mindst Besværlighed at forvisses saavel om Trigonometriens og Astronomiens, som om Fællesskabs Ophævelses Beregningers Rigtighed.

Anmærkning: At alle Tal, som kan gaae op i Ni-Tallet, kan og gaae op i Ni-Tallet efterat Tallene bliver omsatte, f. Ex. 27 og 72, lader sig paa analytisk Maade bevise, saa at deslige Tal har eens Prøve-Tal, hvorudover Prøve-Regningen med Ni-Tallet ei giver fuldkommen Prøve paa Tallenes rigtige Behandlings-Maade. Derimod gives der ei noget Tal, bestaaende af tvende Tal-Rum, der ved Omsætning erholde eens Prøve-Tal, naar Prøve-Regningen skeer med Elleve-Tallet, hvilket jeg paa følgende analytiske Maade skal bevise:

Sæt det eene af de to Tal-Rum $=$ a det andet $=$ b, da blev i første Tilfælde naar a $<$ b Prøve-Tallet b $-$ a, efter Tallenes Omsætning i Rummet blev Prøve-Tallet a $+$ 11 $-$ b, skulde Prøve-Tallene i begge Tilfælde blive lige store, maatte man befinde b $-$ a $=$ a $+$ 11 $-$ b, altsaa 2 b $-$ 2 a $=$ 11; men da 2 b $-$ 2 a er et effen Tal og 11 et ueffen Tal, men eet Tal ei tillige kan være effen og ueffen, kan umueligen 2 b $-$ 2 a udtrykte i hele Tal være $=$ 11, følgeligen er ved Prøve-Regningen med Elleve-Tallet, ei heller Prøve-Tallet af noget Tal med to Rum saa stor, som Prøve-Tallet af samme Tal, efterat de ere omsatte; man befinder derfor f. Ex. at Prøve-Tallet til 27 er 5, derimod til 72 er Prøve-Tallet 6. Det er ellers besynderligt, at ligesom Prøve-Regningen med Ni-Tallet forrettes ved Tal-Rummenes Addition, skeer Prøve-Regningen med Elleve-Tallet ved Subtraction, og ligesom det Mairanske Problema udi Memoires de l'Academie de Paris 1709, som siden af Professor H. W. Clemm udi hans Opuscula varii argumenti er paa en almindelig Maade opløst, viser, at Forskiellen mellem et Tal, hvilket som helst, som bestaaer af to Rum, og samme Tal omsat, er altid et Mangefold af Ni-Tallet; f. Ex. 71 $-$ 17 $=$ 54 $=$ 6 Gange 9, saa har jeg bemærket, at hvilket Tal som helst bestaaende af tvende Rum man lægger tilsammen, efterat det er omsat giver Summen et Mangefold af Elleve-Tallet, for Exempel 73 $+$ 37 $=$ 10 Gange 11; det almindelige Beviis derpaa er ligefrem: Sæt Tallet i det eene Rum $=$ a i det andet Rum $=$ b; altsaa bliver det første Tal $=$ 10 a $+$ b, det andet $=$ 10 b $+$ a, men 10 a $+$ b $+$ 10 b $+$ a $=$ 11 a $+$ 11 b, følgeligen er det et Mangefold af Elleve-Tallet, det forholder sig ligedan med et større, der har flere Rum, f. Ex. 1793 $+$ 3971 $=$ 5764 er divisibel med Elleve-Tallet.

§. 3.

Naar Antallet af de enkelte Tal $=$ a, af Tier $=$ b, af 100de $=$ c, af 1000de $=$ d, af 10000de $=$ e, af 100000de $=$ f og saa videre, kan ethvert Tal forestilles ved a $+$ 10 b $+$ 100 c $+$ 1000 d $+$ 10000 e $+$ 100000 f o. s. v., divideres da hver især af disse Leed med Elleve, viser Overskudene efter Divisionen hvad der bliver tilovers efter at have deelt det hele med Elleve, det overblevne for hver Leed især bliver altsaa efter Divisionen:

a	efterdi (a) ei kan gaae op i 11.
$-b$	som bliver det Overskud, naar 10 b divideres med 11.
$+c$	naar 100 c divideres med (11) levnes $+ c$ til Overskud.
$-d$	naar 1000 d divideres med (11) bliver til Rest $- d$.
$+e$	naar 10000 e divideres med (11) rester $+ e$.
$-f$	naar 100000 f divideres med (11) bliver tilovers $- f$.

Følgeligen bliver, efterat hele Tallet er divideret med (11) alt det overblevne $a - b + c - d + e - f$ o. s. v. $= a + c + e - (b + d + f)$. Har man da det Tal $\overset{f\,e\,d\,c\,b\,a}{786534}$, saa at $a = 4$. $b = 3$. $c = 5$. $d = 6$. $e = 8$. $f = 7$., bliver Prøve-Tallet eller det Tal, som bliver tilovers efterat Tallet er divideret med (11) det Tal $4 + 5 + 8 - 3 - 6 - 7 = 1$. Paa slig Maade har man da beviist den Regel, som Clausberg følger i at udfinde Prøve-Tallet, nemlig til det bagerste Tal-Rum lægge hver andet Rum, og fra deres Sum subtrahere Summen af de øvrige Tal-Rum, og om det ei lader sig giøre, da lægge (11) til.

§. 4.

Da denne af Clausberg brugte Methode er tildeels vidtløftig og desuden vildsom, er det nødvendigt at forklare en kortere og tillige sikkere Maade at udfinde Prøve-Tallet. Regelen er denne: Det yderste Rum paa venstre Side subtraheres fra det følgende, det overblevne fra næste Rum, og saa fremdeles heelt igiennem, Fremgangs-Maaden bliver paa en almindelig Maade udtrykt:

$$
\begin{array}{l}
e - f \\
d - e + f \\
c - d + e - f \\
b - c + d - e + f \\
a - b + c - d + e - f = a - b + c - d + e - f
\end{array}
$$

det samme som forhen.

For efter anførte Regel at udfinde Prøve-Tallet til det Tal 123579 fortfares altsaa saaledes: 1 fra 2 giver 1, 1 fra 3 giver 2, 2 fra 5 giver 3, 3 fra 7 giver 4, 4 fra 9 giver 5, altsaa er 5 Prøve-Tallet af 123579, eller det som bliver tilovers efterat have divideret Tallet med Elleve.

§. 5.

Dersom det foregaaende Rum ei kan subtraheres fra det følgende, lægges Elleve til. Exempel: Det Tal 87 giver 10 til Prøve-Tal, saasom 8 fra 7 + 11 eller fra 18 giver 10 til Overskud; thi egentligen giver 8 fra 7 subtraheret — 1 til Overskud, som viser at der mangler en Unitet i at Tallet skulle kunde gaae op i Elleve, altsaa maae Tallet give 10 til Prøve-Tal; men da der fordres, at bestemme, hvad der bliver det positive og ei negative Overskud, efterat Tallet divideres med Elleve, maae Elleve forud adderes, deraf følger og, at saafremt der udi noget Rum forekommer (0), maae dertil adderes Elleve, for at kunde subtrahere foregaaende Tal derfra, og i øvrigt fortfare, som forhen meldt. Har man et større Tal, hvortil Prøve-Tallet søges, og det foregaaende ingensinde kan subtraheres fra det følgende; for Exempel $\overset{f}{8}\overset{e}{7}\overset{d}{1}\overset{c}{1}\overset{b}{7}\overset{a}{3}$, maa man stedse lægge Elleve til; den hele Fremgangs-Maade bliver:

$$e+11-f=A$$
$$d+11-e-11+f=d+11-A=B$$
$$c+11-d-11+e+11-f=c+11-B=C$$
$$b+11-c-11+d+11-e-11+f=b+11-C=D$$
$$a+11-b-11+c+11-d-11+e+11-f=a-b+c-d+e-f+11=a+11-D$$

Af den hele Fremgang sluttes, at med alt dette bliver Elleve virkeligen kuns eengang adderet, men i øvrigt ligesaa ofte subtraheret, som det bliver adderet, hvorved Subtractionen hæver Additionen. For des tydeligere at forstaae, hvorledes Prøve-Tallet bestemmes i dette Exempel, vil jeg end videre lægge denne Forklaring til: 8 fra 7 er ei giørligt at subtrahere, derfor lægges 11 til 7, som giver 18, altsaa 8 fra 18 giver 10, og 10 fra 1 tilligemed 11 det er 12 giver 2 til Overskud, 2 fra 1 tilligemed 11 det er 12, giver 10 til Rest, 10 fra 7 tilligemed 11 eller 18, giver 8 til Overskud, og 8 fra 3 tilligemed 11 det er fra 14 giver 6 til Rest, altsaa er 6 Prøve-Tallet af 871173.

§. 6.

Paa ligedan Maade kan man altsaa bestemme Prøve-Tallet af en Samling af Tal af forskiellig Navn: Sæt, man til Exempel vil vide Prøve-Tallet

af

af 6789 Rdlr. 5 Mk. 15 Skill., da bliver Prøve-Tallet af 6789 efter foranførte Maade 2; men 1 Rdlr. = 6 Mk., altsaa 2 Rdlr. = 12 Mk. dertil lægges da 5 Mk., som giver 17 Mk., deraf er Prøve-Tallet 6 Mk; men da 1 Mk. = 16 Skill. er Prøve-Tallet af 1 Mk. udtrykt i Skillinger = 5, altsaa giver 6 Mk. den Summa 30 Sk., dertil lægges da 15 Sk., deraf er Prøve-Tallet efter forrige Regel = 1; altsaa bliver Prøve-Tallet af 6789 Rdlr. 5 Mk. 15 Skill. reduceret til Skillinger det Tal 1.

Anmærkning: Den forhen forklarte Maade at udfinde Prøve-Tallet tiener tillige til at forvisses om et foregiven Tal kan divideres med Elleve; thi naar Prøve-Tallet findes = 0 er Tallet deeleligt med Elleve; f. Ex. Prøve-Tallet af det Tal 3476 er = 0; altsaa kan 3476 divideres med Elleve, uden at efterlade Overskud, hvorom man paa en langt kortere og lettere Maade overtydes, end ved den som Joh. Antonii Castelvetri anfører udi Comment. Bononiens. Tom. 5. 1767 i en Afhandling de proprietate Numerorum divisibilium per undecim &c.

§. 7.

Ligeledes kan man og let bestemme Prøve-Tallet af et foregiven Tals Qvadrat Kubik eller høiere Dignitet, naar allene Rod-Størrelsen er bekiendt, saa at naar Qvadrat-Roden eller Kubik-Roden eller en anden Rod-Størrelse, hvilken som helst er bekiendt, kan man bestemme Qvadrat-Tallets samt Kubikkens saavelsom høiere Dignitets Prøve-Tal, uden at dertil forud behøves at vide Qvadrat-Tallets eller Kubik-Tallets eller den høiere Dignitets Tal-Størrelse. Regelen for at udfinde Prøve-Tallet bliver: man søger Rod-Størrelsens Prøve-Tal efter foranførte Regel (§. 4 og 5). Det fundne Prøve-Tal ophøies til anden Grad, naar man søger Prøve-Tallet til Qvadrat-Tal, til tredie Grad, naar man søger Prøve-Tallet til Kubiken, eller til høiere Grad 4de, 5te o. s. v., naar man søger Prøve-Tal for høiere Grad-Størrelse. Til det paa slig Maade udkommende Tal søges atter Prøve-Tallet efter foranførte Regel, hvilket befundne Tal er Prøve-Tallet til Qvadratet eller Kubiken eller høiere Grad-Størrelser af det foregivne Tal: f. Ex. Vil man vide Prøve-Tallet af Qvadratet af 12359, da er Prøve-Tallet af 12359 det Tal 6; men Qvadratet af 6 er 36, altsaa det søgte Prøve-Tal = 3. Vilde man vide Prøve-Tallet til Kubiken af 2,568,976, da er Prøve-Tallet af 2568976 det Tal 3; men Kubiken af 3 er 27, hvis Prøve-Tal er 5, altsaa er det Tal 5 Prøve-Tallet af Kubiken af 2568976. Skulde man bestemme Prøve-Tallet af f. Ex. 2568976^n, søges som forhen Prøve-Tallet af Rod-Størrelsen 2568976, som er 3, og da bliver Prøve-Tallet af 3^n, = Prøve-Tallet af 2568976_n.

§. 8.

Saasom $1^x = 1$ efter de analytiske Grunde, saa følger, at naar Rod-Størrelsens Prøve-Tal $= 1$, saa er og dens Dignitets Prøve-Tal $= 1$ paa den Grund har 12^x samt 122^x og 1222^x o. s. v. eens Prøve-Tal nemlig 1, saasom Prøve-Tallene af 12, 122, 1222 ere 1; deraf følger, at naar (n) er et heelt Tal hvilket som helst, saa er Prøve-Tallet til $(11n+1)^x = 1$, hvad Værdie man end tillægger x: Ligeledes naar x er et Tal, der gaaer op i Elleve, og A er et heelt Tal, saa er og Ax divisibel med Elleve og Prøve-Tallet af $Ax = 0$: Ligeledes naar Prøve-Tallet til $m = 0$, saa er og Prøve-Tallet til $m^x = 0$.

§. 9.

Additionens saavelsom Subtractionens Rigtighed kan ved Hielp af Prøve-Regningen undersøges paa følgende Maade: For at prøve Additionens Rigtighed søges Prøve-Tallene af de Tal, som skal sammenlægges saavelsom og Prøve-Tallet af Summen, befindes da Summens Prøve-Tal ligesaa stor som Summen af alle de summerede Tals Prøve-Tal, er det Prøve paa, at Additionen er rigtig forrettet, f. Ex.

A = 36789 Prøve-Tallet deraf er 5
B = 54321 Prøve-Tallet deraf er 3

S = 91110 Prøve-Tallet af Summen 8;

men Summen af Prøve-Tallene nemlig $5 + 3 = 8 =$ Prøve-Tallet af Summen, altsaa er Additionen rigtig.

Anmærk-

Anmærkning: Naar Summen af Prøve-Tallene befindes enten Elleve eller større end Elleve, subtraheres Elleve derfra saa ofte muligt. Reglen for Additions-Prøven lader sig algebraiskviis bevise paa denne Maade:

Sæt $A = 11\,n + m$

$B = 11\,r + t$

$S = 11\,q + p$

da $S = A + B$, saa er $11\,q + p = 11\,n + m + 11\,r + t$

er da $m + t < 11$ saa er $11\,q = 11\,n + 11\,r$,

altsaa $p = m + t$ dersom $m + t > 11$ eller $= 11\,a + b$ bliver $p = b$.

Subtractionens Rigtighed prøves paa følgende Maade: man søger Prøve-Tallet saavel til det Tal, hvorfra der subtraheres, som til det Tal, som subtraheres, samt til det Tal, som bliver tilovers efter Subtractionen, befindes Forskiellen imellem de to første Prøve-Tal ligesaa stor som det sidste Prøve-Tal, er det Prøve paa Subtractionens Rigtighed.

A = Exempel:	38521	Prøve-Tallet deraf er 10
B =	21634	Prøve-Tallet deraf er 8
D =	16887	Prøve-Tallet deraf er 2

og da $10 - 8 = 2$ er det Prøve paa Subtractionens Rigtighed: dog viser Prøve-Regningen sin mindste Fordeel ved Additions- og Subtractions-Prøver; men kan derimod ved Multiplication og Division bruges med langt større Fordeel.

Reglen for Subtractions-Prøven lader sig ligeledes bevise da $A - B = D$.

Sæt $A = 11\,m + n$

$B = 11\,r + t$

$D = 11\,q + p$

saa er $11\,m + n - 11\,r - t = 11\,q + p$

men $11\,m - 11\,r = 11\,q$ altsaa $n - t = p$.

§. 10.

Den Maade, som er viist til at prøve Additionens saavelsom Subtractionens Rigtighed, kan og tiene til at af een eeneste Ligning bestemme

tvende

tvende ubekiendte Størrelser under de Vilkaar, at Summen af begge ei overgaaer Elleve, og at begge skal være hele Tal, samt Coefficienternes Prøve-Tal enten $= 0$ eller 1. Dersom man har den Ligning $122x + 1354y = 5782$, da bliver $x + y = 7$ ved at tage Prøve-Tallene af alle Tal paa begge Sider; men da $122x + 1354y = 5782$, saa er ved Divisionen med 122

$$x + \frac{1354y}{122} = \frac{5782}{122}$$

og da $x + y = 7$, bliver ved Subtractionen

$$10\frac{12}{122}y = 40\frac{48}{122}$$

$$y = 4, \text{ følgeligen } x = 7 - y = 3.$$

Ligeledes om der fremsættes den Ligning

$$177x - 199y = 288$$

$$x - y = 2$$

$$\text{men } x - \frac{199}{177}y = \frac{288}{177}$$

$$\text{altsaa } \left(\frac{199}{177} - 1\right)y = 2 - \frac{288}{177}$$

$$y = \frac{2 - \frac{288}{177}}{\frac{199}{177} - 1} = 3$$

følgeligen $x = 2 + y = 2 + 3 = 5$.

§. 11.

Dersom man om de tvende med foranderlige Størrelser x og z veed, at de efter Problemets Natur ere af den Beskaffenhed, at x og z skal være hele Tal, og x være et Tal, der er mindre end Elleve, samt z et Tal, der skal kunde gaae op i Elleve, kan man af een eeneste Ligning imellem x og z bestemme begges Værdie. Sæt at $x + 1329z = 14627$, og som forhen nævnt, at x og z skal være hele Tal, x et Tal, som er mindre end Elleve, og z et Tal, som gaaer op i Elleve, da bliver i Følge §. 8. Prøve-Tallet af $1329z = 0$,

og

og ved at tage Prøve-Tal af alle Leedene i Ligningen $x + 1329z = 14627$, bliver $x = 8$, altsaa er Værdien af $x = 8$, hvoraf Værdien af z ved Omsætning videre bestemmes $= 11$.

§. 12.

Naar $A : B = C : D$ og $A = 11\,a + \alpha$, $B = 11\,b + \beta$, $C = 11\,c + \gamma$, $D = 11\,d + \delta$ men $\beta\gamma < 11$ samt $\alpha\delta < 11$ saa er $\alpha : \beta = \gamma : \delta$.

Beviis:

Da $A : B = C : D$ men $A = 11\,a + \alpha$; $B = 11\,b + \beta$; $C = 11\,c + \gamma$, $D = 11\,d + \delta$ saa er $11\,a + \alpha : 11\,b + \beta = 11\,c + \gamma : 11\,d + \delta$.

Altsaa $11\,a \times 11\,d + 11\,a.\,\delta + 11\,\alpha\,d + \alpha\delta = 11\,b.\,11\,c + 11\,b\gamma + 11\,c\beta + \beta\gamma$. og naar $\beta\gamma < 11$ samt $\alpha\delta < 11$ bliver tilovers efter Divisionen med (11) $\alpha\delta = \beta\gamma$, men dersom $\alpha\delta > 11$ og $\beta\gamma > 11$, maae 11 saa ofte mueligt subtraheres fra begge, forinden man kan efter analytiske Grunde befinde $\alpha\delta = \beta\gamma$; da det er en af de simple analytiske Grunde almindelig bekiendt Sætning, at naar to Størrelser ere lige store, saa maae den tredie Størrelse, der er mindre end en af dem, indeholdes lige mange Gange i begge de lige store Størrelser, og Overskuddene, saafremt Størrelserne ei kan maales med den tredie, være lige store.

§. 13.

Da i Følge §. 2. α er Prøve-Tallet af A og β af B, samt γ af C og δ af D, saa sluttes, at naar Tallene ei ere i geometrisk Proportion, saa ere ei heller behørige Prøve-Tal i geometrisk Proportion: Saavelsom og, naar Prøve-Tallet af første og fierde Leeds behørige Prøve-Tals Produkt ei er lige stor med Prøve-Tallet af andet og tredie Leeds behørige Prøve-Tals Produkt, saa ere ei heller de fire Leed i geometrisk Proportion; men befinde de sig lige store, er det en Prøve paa de fire Leeds geometriske Proportions Rigtighed.

Exempel: $565 : 7850 = 452 : 6280$

Prøve-Tallene $4 \quad \underbrace{7 \quad 1}_{7} \quad 10$

40 hvis Prøve-Tal er 7.

§. 14.

Eftersom det ved Multiplications-Regningen er bekiendt, at en Unitet forholder sig til den eene Factor, som den anden Factor til Produktet, saa kan foranførte Satz §. 13. tiene til at prøve Multiplicationens Rigtighed. Har man f. Ex. multipliceret 3452 med 346 og Produktet er befunden 1194392, da er altsaa

$$1 : 346 = 3452 : 1194392$$

Prøve-Tallene $\quad 1 \quad \underbrace{5 = 9}_{45 \text{ hvis Prøve-Tal er } 1.} \quad 1$

$$1$$

Følgeligen befindes Prøve-Tallet af de inderste Leeds Prøve-Tals Produkt, ligesaa stor som Prøve-Tallet af de yderste Leeds Prøve-Tals Produkt, som er en Prøve paa Multiplicationens Rigtighed i Følge foregaaende §. 13.

Regelen for at prøve Multiplicationens Rigtighed, bliver altsaa i Korthed denne: Man søger Prøve-Tallene af begge Factorer, multiplicerer de udkommende Prøve-Tal med hinanden, og søger Prøve-Tallet til dette Produkt, dernæst søger man Prøve-Tallet til det beregnede Produkt af begge Factorer; befindes disse tvende Prøve-Tal lige store, er det en Prøve paa Multiplicationens Rigtighed.

§. 15.

Ligesom Prøve-Regningen kan anvendes paa at undersøge Multiplicationens Rigtighed, naar begge Factorer ere ulige store, saa kan den og bruges til at prøve Qvadrat-Regningens Rigtighed, der bestaaer i Multiplication med lige store Factorer. Dersom man f. Ex. har beregnet Qvadratet af 1305 at være 1703025, da bliver efter Qvadrat-Regnings Grunde

$$1 : 1305 = 1305 : 1703025 \text{ og}$$

Prøve-Tallene $\quad 1 \quad \underbrace{7 = 7}_{49 \text{ hvis Prøve-Tal er } 5.} \quad 5$

$$5$$

saa at man derved har en Prøve paa, at Qvadratet rigtigt er beregnet. Prøve-Reglen kan altsaa i Korthed blive denne: Man søger Prøve-Tallet af Qvadrat-Tallet,

Tallet, og dernæst søges Prøve-Tallet af Qvadrat-Roden, multiplicerer samme Prøve-Tal med sig selv og søger Prøve-Tallet af det udkommende Produkt, befindes dette Prøve-Tal ligesaa stor, som det udsundne Prøve Tal af Qvadrat-Tallet, har man derved en Prøve paa Qvadrat-Regningens Rigtighed: Og gielder denne Regel saavel for at prøve, om man rigtigen har qvadreret sit Tal, som og for at prøve, om man rigtigen har extraheret Qvadrat-Roden af Tallet. Saafremt Tallet, hvoraf Qvadrat-Roden skal uddrages er af den Beskaffenhed, at Qvadrat-Roden kuns ved approximation eller Nærmelse kan bestemmes, kan Prøve Regningen ei anvendes, da den kuns har Sted i Tilfælde, naar man erholder nøiagtig Udslag.

§. 16.

Man kan ligeledes benytte sig af Prøve-Regningen for at undersøge, om man rigtigen har bestemt Kubiken af et Tal, saavelsom, om man nøiagtigen har uddragen Kubik-Roden af et Kubik-Tal, for Exempel vil man prøve om 43280521831 er virkeligen Kubiken af 3511, da søges i Følge (§. 7.) Prøve-Tallet af Kubik-Roden, som i dette Exempel bliver 2; og dernæst søges Kubiken af samme Prøve-Tal, som bliver Kubiken af 2 det er 8, hvorpaa man søger Prøve-Tallet af det foregivne Kubik-Tal 43280521831 som er 8, og da dette Prøve-Tal er ligesaa stor, som den forhen befundne Kubik af Kubik-Rodens Prøve-Tal, er det en Prøve paa, at det Tal 43280521831 er Kubiken af 3511 eller at 3511 er Kubik-Roden af 43280521831; dog er derved at agte, at naar man ei nøiagtigen kan uddrage Kubik-Roden af et Tal, kan man ei heller vente, at Prøve-Regningen skal kunde overtyde en om at Kubik-Roden er rigtigen uddragen.

§. 17.

Da i Følge de analytiske Grunde en Unitet forholder sig til Divisor, som Qvotienten til det Tal, som skal divideres, kan Prøve-Regningen paa Grund af (§. 13) bruges til at prøve Divisionens Rigtighed. Regelen derfor bliver denne: man søger Prøve-Tallet til Divisor og ligeledes Prøve-Tallet til Qvotienten, disse tvende Prøve-Tal multipliceres med hinanden og af det udkommende Produkt søges ligeledes Prøve = Tallet, alt efter forhen forklarte Maade (§. 4 og §. 5); dernæst søges Prøve-Tallet til Dividendum, befindes samme ligesaa stor, som sidst befunde Prøve-Tal, er det en Prøve paa Divisionens Rigtighed, hvis ikke, er der begaaen Feil udi Divisionen. Sæt til Exempel at Divisor er 145, Qvotienten 227, samt Dividendum 32915, da er 1 : 145 = 227 : 32915, hvis Prøve-Tal ere

$$\begin{array}{c|cc|c} 1 & \underbrace{2 \quad 7} & & 3 \\ \hline \multicolumn{4}{c}{\text{14 hvis Prøve-Tal er 3.}} \\ \hline \multicolumn{4}{c}{3} \end{array}$$

§. 18.

Ved Hielp af den udi (§. 13) forklarede Maade vil ethvert Regula Detri Stykke kunde prøves, saafremt ingen af Regula Detri Leedene indbefatter Brøk tilligemed hele Tal, dersom derimod udi nogle af Leedene forekommer Brøk, maae man søge Prøve = Tallene af hele og Brøk, som bestemmes efter denne Regel: Man multiplicerer Prøve-Tallet af det hele Tal med Brøkens Nævner, eller sammes Prøve = Tal, om den ei er mindre end Elleve, og dertil lægges Prøve-Tallet af Brøkenes Tæller, til det udkommende Tal søges Prøve-Tallet, hvorunder man skriver Prøve-Tallet af Brøkenes Nævner eller Nævneren selv, i Fald den er mindre end det Tal Elleve. For Exempel naar man skulde bestemme Prøve-Tallet af $132578\frac{346}{755}$, da bliver Prøve-Tallet af 132578 det Tal 6; men Prøve-Tallet af 346 det Tal 5 og af det Tal 755 bliver Prøve-Tallet 7, multipliceres da efter Regelen Prøve-Tallet 6 med Prøve-Tallet 7, som giver 42 til Produkt, naar dertil lægges 5 som er Prøve-Tallet af Tælleren, bliver Prøve-Tallet deraf 3, altsaa bliver til $132578\frac{346}{755}$ Prøve-Tallet $\frac{3}{7}$, naar man da efter denne Maade har bestemt Prøve-Tallene af alle fire Leed i et foregiven Regula Detri Stykke, maae dernæst alle homologe Leed af Prøve-Tallene multipliceres med hinandens Nævner, for at bringe dem under eens Navn, og da skal man befinde Prøve-Tallet af de yderste Leeds Produkt ligesaa stor som Prøve = Tallet af de inderste Leeds Produkt, alt i Følge (§. 12 og § 13), saafremt de fire Leed ere i geometrisk Proportion. For Exempel:

$324\frac{20}{321}$

$324\frac{20}{321} : 648\frac{40}{321} = 547\frac{21}{344} : 1094\frac{21}{172}$, heraf

ere $\frac{8}{2}$: $\frac{5}{2}$ = $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{7}$ Prøve-Tallene

ved at bringe Prøve-Tallene til eens Navn

$\frac{8X3}{\text{eller } 24}$	$\frac{5X7}{\text{eller } 35}$	$\frac{1X2}{\text{eller } 2}$	$\frac{1X2}{\text{eller } 2}$	hvis Prøve-Tal ere
2	2	2	2	

og da befindes Prøve-Tallenes Produkter lige store, eller om de ei befandtes lige store, da Produktens Prøve-Tal lige store, hvorved man har en Prøve paa at de foregivne fire Leed ere i geometrisk Proportion, samt at det fierde proportioneerte er rigtigt beregnet.

§. 19.

Med betydelig Tids Vinding kan Prøve-Regningen saaledes, som den i foregaaende er forklaret, anvendes paa de høiere Ligningers specielle Opløsning; naar det bekiendte Leed i de høiere Ligninger kan opløses i Factorer, saa veed man, at nogle af Divisorerne maae være den høiere Lignings Rodstørrelser, skal man da enten ved Omsætning eller virkelig Division forvisses om hvilke af det bekiendte Leeds Divisorer, der ere Rodstørrelser til den foregivne Ligning, vil det i mange Tilfælde blive overmaade besværligt og heelt vidtløftigt, at fortfare med slig Division; men, naar man ved den antagne Rodstørrelses Omsætning i Ligningen anvender Prøve-Regningen, vil Arbeidet derved blive meget lettet: Maaden, hvorpaa det kan skee, vil kortest og tydeligst kunde forklares ved et Exempel, der fremsættes den Biqvadratiske Ligning.

$$2x^4 - 22885x^3 + 83407100x^2 - 116708880000x + 50884480000000 = 0.$$

Man vil da paa den nemmeste Maade prøve, hvilke af det bekiendte yderste Leeds Divisorer der er en virkelig Rodstørrelse af den høiere Ligning; den eene af Divisorerne veed man er 800, som man ved Prøve-Regningen vil undersøge om den og virkeligen er en Rodstørrelse af den foregivne Ligning. Til den Ende søges (1) Prøve-Tallet af den foregivne til Nul reducerede Lignings coefficienter og bestemte Tal, hvorved Ligningen forvandles til $2x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 9x + 9 = 0$. (2) Dernæst søges Prøve-Tallet til den Divisor, som bruges til at undersøge Ligningens Rodstørrelse, alt efter forhen forklarte Reg-

 ler,

ler, samme Prøve-Tal befindes da at blive = 8. (3) Dette Prøve-Tal omsættes i forrige Ligning og med det samme undersøges hele Ligningens Prøve-Tal, om det virkeligen befindes at være = 0, hvorved man erholder en Prøve paa at Ligningens Rodstørrelse er virkeligen den valgte Divisor: følgende Operation viser da om 800 virkeligen er en Rodstørrelse til Ligningen $2x^4 - 22885x^3 +$ o. s. v.

Den forhen ved Prøve-Regningen udviklede Ligning.	Prøve-Tallet til hver Leed efterat i Stedet for (x) sættes Prøve-Tallet 8.	Prøve-Tallet af Summen af alle Prøve-Tallene.
$+2x^4$ . . .	. . $+8$	
$-5x^3$ . . .	. . -8	
$+7x^2$ . . .	. . $+8$	$= 0$.
$-9x$ . . .	. . -6	
$+9$	. . $+9$	

Man kunde og søge Prøve-Tallet til Ligningen $2x^4 - 22885x^3 + 83407100x^2 - 116708880000x + 50884480000000 = 0$. Paa denne Maade, da x antages $= 800$, er dens Prøve-Tal $= 8$, altsaa Prøve-Tallet til x^2 = Prøve-Tallet til $64 = 9$, og Prøve-Tallet til x^4 bliver efter forhen forklarte Maade Prøve-Tallet til $81 = 4$, og da bliver følgeligen Prøve-Tallet til $2x^4$ det Tal $+ 8$, men da Prøve-Tallet til 22885 bliver 5, og til x^3 Prøve-Tallet 6, saa bliver Prøve-Tallet til $- 22885x^3$ det Tal $- 8$. Og da Prøve-Tallet til 83407100 er 7, men til x^2 er 9, saa bliver Prøve-Tallet til $83407100x^2$ det Tal $+ 8$, da Prøve-Tallet til 116708880000 er 9 og til x er 8, saa bliver Prøve-Tallet til $- 116708880000x$ det Tal $- 6$, og da Prøve-Tallet til 50884480000000 er 9, saa bliver Prøve-Tallene af alle Leedene udi Ligningen $8 - 8 + 8 - 6 + 9 = 11$ hvoraf Prøve-Tallet er $= 0$, som er en Prøve paa, at den antagne Divisor 800 er en rigtig Rodstørrelse til Ligningen $2x^4 - 228885x^3 + 83407100x^2 - 116708880000x + 50884480000000 = 0$.

§. 20.

Man kan ei allene med Fordeel benytte sig af Prøve-Regningen, for at undersøge, om et Tal af Divisorerne hvilket som helst er den virkelige Rodstørrelse

størrelse til den foregivne Ligning, saaledes som i foregaaende er forklaret; men Prøve-Regningen kan endog tiene til paa en let Maade at opløse adskillige høiere Ligninger under visse Betingelser: Dersom x er et heelt Tal, som er mindre end Elleve-Tallet, og (m) er et Tal, som kan gaae op i Elleve, saa kan man ved Hielp af Prøve-Regningen bestemme Værdien af (x) udi Ligningen $m^x + x = a$, da (x) bliver = Prøve-Tallet til (a). Sæt for Exempel $121^x + x = 14643$, da bliver Prøve-Tallet til $121^x = 0$ i Følge (§. 8), men da $x < 11$ bliver Prøve-Tallet til $x = x$, Prøve-Tallet til 14643 bliver 2 efter (§. 4), altsaa $0 + x = 2$, følgeligen $x = 2$.

Var det af Grænse-Værdierne for (x) bekiendt, at dens Størrelse maatte falde imellem 11 og 22 eller imellem 22 og 33 2c., da om $m^x + x = a$, og Betingelserne i øvrigt som forhen; men $x = 11\,n + u$, blev Prøve-Tallet til $m^x = 0$ som forhen, og til $11\,n + u$ blev Prøve-Tallet (u), altsaa u = Prøve-Tallet til a; men naar (u) paa denne Maade er bekiendt, saa er og Værdien af (x) bestemt.

§. 21.

Dersom Prøve-Tallet til (m) er 1, og som forhen (x) et heelt Tal mindre end 11, er man ved Prøve-Regningen i Stand til at bestemme x af den Ligning $m^x + x = a$; thi da Prøve-Tallet til (m) er = 1, og $1^x = 1$, bliver $1 + x$ Prøve-Tallet til a, hvoraf man faaer Værdien af (x) bestemt.

Sæt for Exempel at $122^x + x = 14886$, saa er Prøve-Tallet til $122^x = 1$; men Prøve-Tallet til x er = x, og Prøve-Tallet til 14886 er 3, altsaa faaer man

$$1 + x = 3$$
følgeligen $x = 2$.

§. 22.

Er Værdien af x større end 11, eller større end 2 Gange 11, eller større end 3 Gange 11, eller og større end n Gange 11, da sættes $x = 11\,n + u$,

$+ u$, og da forvandles forrige Ligning $m^x + x = a$ til $m^x + 11n + u = a$, men som forhen er Prøve-Tallet til $m^x = 1$, Prøve-Tallet til $11n = 0$, til $u = u$, altsaa bliver $u =$ Prøve-Tallet af a formindsket en Unitet. Og naar Værdien af (u) paa denne Maade er bestemt, er Værdien af $11n + u$ deraf bekiendt.

Jeg har da viist adskillige Tilfælde, hvori Prøve-Regningen kan give Analysis et nyt Opfindelses Hielpemiddel (eller artificium heuristicum). En videre analytisk Overveielse og nøiere Eftertanke vil letteligen give andre Anledning til flere.

L. Speng-